Tema 5: Nociones básicas de probabilidad

psicologia.isipedia.com

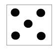
5.1 Nociones básicas de probabilidad

Experimento aleatorio

- Definición:
  - Experimento: proceso mediante el cual podemos obtener un resultado
  - Aleatorio: interviene el azar.
- Características:
  - Todos los resultados posibles son conocidos con anterioridad
  - No se puede predecir con certeza el resultado
  - El experimento puede repetirse todas las veces que se quiera

> Un ***experimento aleatorio*** es un proceso que se puede repetir indefinidamente en las mismas condiciones, cuyo resultado no se puede predecir

- Conceptos relacionados:
  - Espacio muestral: resultados posibles de un experimento aleatorio
  - Suceso: resultado de un experimento aleatorio, o subconjunto del espacio muestral
    - Tipos:
      - Simple o elemental: consta de un solo resultado
        - A = ⚃
      - Compuesto: consta de dos o más resultados
        - B = ⚁ , ⚃, ⚅,
        - C = ⚂, ⚅
      - Seguro: todo el espacio muestral, porque siempre ocurre
      - Imposible: suceso que no puede ocurrir nunca
    - Cálculos:
      - Unión: A U B = ⚁ , ⚃, ⚅,
      - Intersección A ∩ B = ⚃

- Complementario: $\bar{A}$ = , , , , 

5.2 Definición de probabilidad

- Clásica: la probabilidad de un suceso es igual al cociente entre el número de casos favorables de que ocurra ese suceso y el número de casos posibles en el supuesto de que todos los casos tengan la misma probabilidad de ocurrir.
  - Probabilidad de suceso = $\dfrac{\text{Número de casos favorables}}{\text{Número de casos posibles}}$

    Ej: P (A) = 1/6
    - Problema: requiere que los sucesos sean equiprobables (no siempre ocurre) y, en muchos casos, puede resultar difícil la clasificación de los sucesos como favorables y posibles.

- Estadística: límite al que tienen la frecuencia relativa de aparición de un suceso A cuando el número de ensayos, n, tiende al infinito
  - $P(A) = \lim \dfrac{n_A}{n}$
    - Problema: muchas veces no es posible repetir un experimento un gran número de veces y, si lo es, no es práctico

- Axiomática: dado un espacio muestral E, llamamos probabilidad de un suceso A, definido en el espacio muestral E y que designamos por P (A), a un número real que asignamos al suceso A, tal que cumple las siguientes propiedades:
    - $0 < P(A) < 1$
    - $P(E) = 1$
    - $P(A) = 1 - (\bar{A})$

  - Teorema de la suma: la probabilidad de que ocurra el suceso A o el suceso B es igual a la probabilidad de que ocurra A más la probabilidad de que ocurran ambos:
    - $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Cuando los sucesos A y B son incompatibles:

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

5.3 Probabilidad condicionada

Hay situaciones donde la aparición de un suceso A depende de la aparición d otro suceso B. Diremos, en estos casos, que los sucesos A y B son dependientes.

Para dos sucesos, A y B, la probabilidad de A condicionado a B es igual a la probabilidad de la intersección dividido por la probabilidad de la condición de B

- $$P(A \ \ B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$
- $$P(B \ \ A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$$

Si los sucesos son independientes:

- $P(A \ \ B) = P(A)$
- $P(B \ \ A) = P(B)$

5.4 La regla del producto y el teorema de Bayes

Regla o teorema del producto

- Si de la probabilidad condicionada
  - $$P(A \ \ B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

  despejamos $P(A \cap B)$, nos queda:

$$\boxed{P(A \cap B) = P(A) \cdot P(A \ \ B)}$$

Cuando los sucesos A y B son independientes:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Teorema de Bayes:

$$P(A) \cdot \ P(B \ \ A)$$

- $P\,(A\ \ B) = \dfrac{\qquad\qquad}{P(B)}$